ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ КАК ОСНОВА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ И КОМПЬЮТЕРНОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

Солощенко М.Ю., к.пед.н., доцент,

Рахымов Б., студент,

Стерлитамакский филиал УУНиТ, г. Стерлитамак, Россия

Аннотация. В статье рассматривается использование текстовых задач как исходного материала для обучения школьников математическому и компьютерному моделированию. Описаны этапы построения модели и показано, как электронная таблица позволяет проверять, обобщать и графически представлять решение. Разобраны две задачи, доступные учащимся 6-7 классов: на движение по реке и на сравнение тарифов. Сформулированы методические рекомендации по организации такой работы.

Ключевые слова: текстовая задача, математическая модель, компьютерное моделирование, электронные таблицы, методика обучения математике, основная школа.

Современная школа всё чаще ставит перед учителем задачу научить детей не только вычислять, но и строить модели реальных ситуаций и исследовать их с помощью цифровых средств. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования предъявляет требования к математической подготовке, включая умение применять математические знания в практических ситуациях [1; 4], а в международном исследовании PISA математическая грамотность связывается с умением формулировать ситуацию на языке математики, применять математический аппарат и интерпретировать результаты [9]. Эти требования созвучны известной триаде А.А. Самарского «модель – алгоритм – программа», на которой строится вычислительный эксперимент [6].

Традиционным средством обучения моделированию в школе остаются текстовые задачи [7; 8]. Текстовая задача – это словесная модель ситуации: решающий переводит её на язык выражений, уравнений, таблиц и графиков, решает полученную математическую задачу и истолковывает результат. Эти шаги соответствуют схеме Д. Пойа «понять задачу – составить план – осуществить план – посмотреть назад» [5]. На практике, однако, этап построения модели нередко подменяется подбором действий «по ключевым словам», а проверка и исследование результата остаются формальными.

Компьютерная модель – следующий уровень работы с той же задачей: математическая модель реализуется в электронной таблице или программе, что позволяет быстро проверить решение, изменять параметры («что будет, если…»), строить графики и обобщать решение на целый класс задач. В 6–7 классах для этого достаточно электронной таблицы (MS Excel, LibreOffice Calc), знакомой учащимся из курса информатики. Покажем это на двух примерах.

Задача 1. Катер за 2 ч движения по течению реки проходит такое же расстояние, как за 3 ч против течения. Скорость течения равна 3 км/ч. Найдите собственную скорость катера.

Построение математической модели. Обозначим собственную скорость катера через x км/ч. Тогда скорость по течению равна $(x + 3)$ км/ч, против течения – $(x – 3)$ км/ч, а пройденные пути равны $2(x + 3)$ и $3(x – 3)$ км. Так как пути одинаковы, получаем уравнение:

$$2(x + 3) = 3(x - 3).$$

Решение в модели. Раскрыв скобки, получим $2x + 6 = 3x – 9$, откуда $x = 15$.

Интерпретация и проверка. Скорость по течению равна 15 + 3 = 18 км/ч, путь 18 · 2 = 36 км; скорость против течения 15 – 3 = 12 км/ч, путь 12 · 3 = 36 км. Пути совпадают. Кроме того, $x > 3$, т.е. катер способен двигаться против течения. Ответ: 15 км/ч.

Компьютерный этап. В первый столбец электронной таблицы вводятся пробные значения x, во второй и третий – формулы =2*(A2+3) и =3*(A2-3), в четвёртый – их разность (табл. 1).

Таблица 1. Табличная модель задачи 1

x, км/ч	**Путь по течению 2(x + 3), км**	**Путь против течения 3(x – 3), км**	**Разность, км**
9	24	18	6
12	30	27	3
15	36	36	0
18	42	45	–3

Из таблицы видно, что с ростом x разность убывает и меняет знак; она равна нулю при $x = 15$, что совпадает с аналитическим решением. Тот же результат даёт функция «Подбор параметра». Графически решение – абсцисса точки пересечения прямых $y = 2x + 6$ и $y = 3x – 9$ (рис. 1, а).

Главное достоинство компьютерной модели – возможность обобщения. Обозначим скорость течения через c, время движения по течению – t_1, против течения – t_2. Из равенства $t_1(x + c) = t_2(x – c)$ следует формула

$$x = c\frac{(t_1 + t_2)}{t_2 - t_1}$$

Записав её в ячейку и меняя значения c, t_1, t_2, ученик исследует модель: при $c = 3$, $t_1 = 2$, $t_2 = 3$ получается 15 км/ч. Если же $t_2 \le t_1$, решения нет по смыслу задачи: при равных путях движение против течения не может занимать меньше или столько же времени, сколько по течению. Так ученики приходят к пониманию условий применимости модели.

Задача 2. Две службы такси предлагают тарифы. Первая: подача 100 руб. и 15 руб. за каждый километр. Вторая: подача 40 руб. и 20 руб. за километр. При какой длине поездки стоимость одинакова? Какую службу выгоднее выбрать для более коротких и более длинных поездок?

Построение модели. Пусть длина поездки s км. Стоимость поездки в первой службе $C_1 = 100 + 15s$, во второй $C_2 = 40 + 20s$. Стоимости равны, если

$$100 + 15s = 40 + 20s.$$

Решение и интерпретация. Отсюда 60 = 5s, s = 12 км; в обеих службах поездка стоит 280 руб. Для проверки и выбора строится таблица (табл. 2).

Таблица 2. Стоимость поездки по тарифам двух служб

Длина поездки, км	**4**	**8**	**12**	**16**	**20**
Первая служба, руб.	160	220	280	340	400
Вторая служба, руб.	120	200	280	360	440

Таблица и график (рис. 1, б) показывают, что для поездок короче 12 км выгоднее вторая служба (например, при 8 км – 200 руб. против 220 руб.), а для более длинных – первая (при 20 км – 400 руб. против 440 руб.). Обобщение для тарифов «подача a + цена километра k» даёт формулу

$$s = \frac{a_1 - a_2}{k_2 - k_1},$$

где решение имеет смысл лишь при $s > 0$, т.е. когда у службы с более дорогой подачей дешевле километр. Модель здесь выступает не просто способом найти число, а инструментом принятия решения.

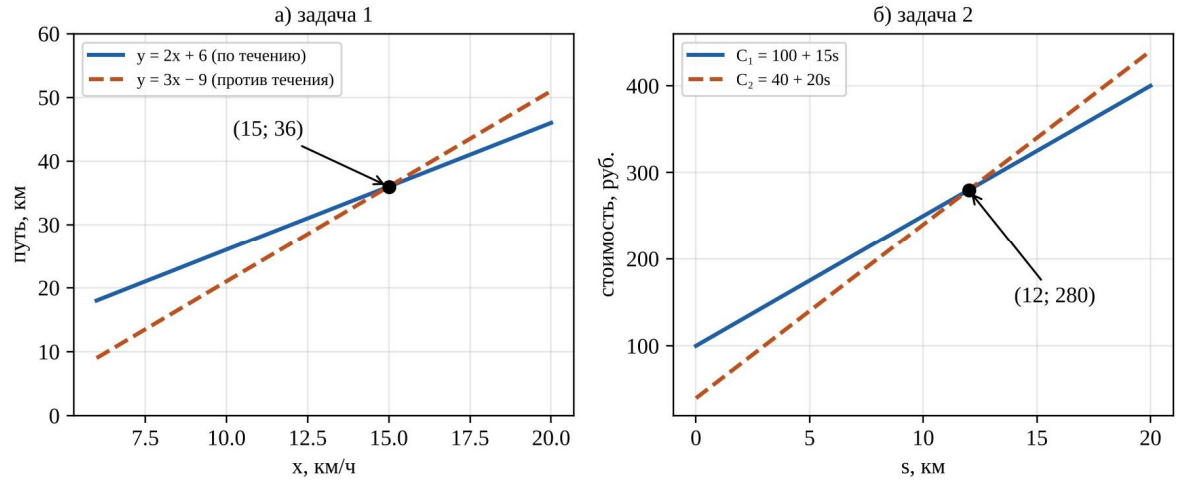

Рис. 1. Графические модели: а) задача 1; б) задача 2

На основе рассмотренных примеров можно сформулировать следующие рекомендации. Во-первых, компьютерный этап следует вводить только после того, как учащиеся построили модель самостоятельно: иначе электронная таблица подменит понимание. Во-вторых, таблица полезна для самопроверки и поиска ошибок в собственном уравнении. В-третьих, целесообразно ставить исследовательские вопросы вида «что изменится, если…» и предлагать составить обратную задачу по готовой таблице или графику [3]. В-четвёртых,

при оценивании необходимо учитывать не только ответ, но и корректность построенной модели, её реализации в таблице и обоснованность интерпретации [2].

Таким образом, текстовые задачи – удобная основа для формирования у школьников умений математического и компьютерного моделирования. Сочетание аналитического решения, табличной и графической моделей развивает самостоятельность и критическое мышление, показывает практическую значимость математики [1; 7] и готовит учащихся к изучению информатики и прикладных дисциплин.

Литература

1. Игдисамова Р.Р., Солощенко М.Ю.Практико-ориентированные задачи, прикладные задачи, электронный учебник// Математическое моделирование процессов и систем.Материалы XII Международной молодежной научно-практической конференции. Стерлитамак: СФ УУНиТ, 2022. С. 191-195.

2. Ковалева Г.С., Логинова О.Б. Формирование и оценка функциональной грамотности учащихся // Педагогика. 2020. № 5. С. 25-33.

3. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Математика. 6 класс: учебник. М.: Вентана-Граф, 2020. 304 с.

4. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования: приказ Министерства просвещения РФ от 31.05.2021 № 287. М., 2021.URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_389560/(дата обращения: 01.11.2026)

5. Пойа Д. Как решать задачу. М.: Учпедгиз, 1961. 207 с.

6. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: идеи, методы, примеры. М.: Физматлит, 2001. 321 с.

7. Солощенко М.Ю. Задачи межпредметного характера в школьном курсе математики: учебное пособие. Уфа: БашГУ, 2009. 172 с.

8. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике: история, теория, методика. М.: Школьнаяпресса, 2002.204с.

9. PISA 2022 Assessment and Analytical Framework. Paris: OECD Publishing, 2023.